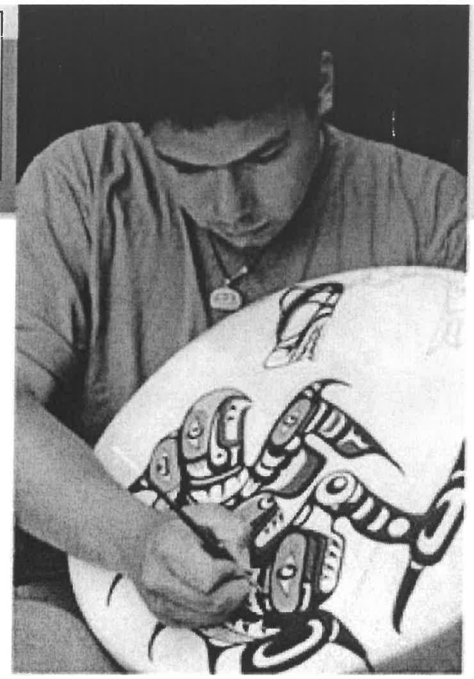
Chapitre 4 Les Facteurs d'Échelle et la Similarité

Corrigé

4.1 Les agrandissements et les Réductions p. 130



En quoi ces photographies sont-elles semblables ?
En quoi sont-elles différentes ?

OBJECTIF

- Dessiner et interpréter des diagrammes à l'échelle qui représentent des agrandissements.

Facteur d'échelle
– *l'agrandissement* de la carte est *deux fois plus grande* en taille réelle (chaque côté ou dimension est 2x plus grand)

Explore

Voici le dessin en taille réelle de la carte mémoire d'un appareil photo numérique et un agrandissement du dessin.

$4 \cdot 2 = 8$ $5 \cdot 2 = 10$

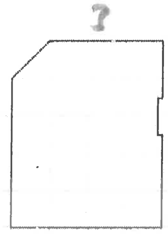
facteur d'échelle

On multiplie la facteur d'échelle

3

4

5



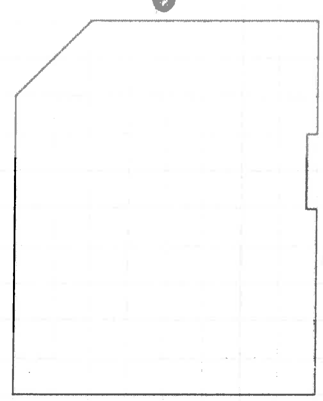
Taille réelle

4

6

8

10



Agrandissement

8

$\dfrac{grand}{petit}$
des côtés **corréspondants**

rapports:

$\frac{8}{4}$ $\frac{8}{4}$ $\frac{10}{5}$ $\frac{6}{3}$

$= \frac{2}{1} = \frac{2}{1} = \frac{2}{1} = \frac{2}{1}$

facteur d'échelle

1. Compte le nombre de carrés pour les côtés correspondants des dessins. Inscris ces mesures sur chacun.

2. Pour chaque pair de côtés correspondants, écrit les rapports de $\dfrac{grand}{petit}$. Simplifie chaque rapport.

3. Qu'observes-tu au suject de ces nombres ?

Le nombre qui est le rapport simplifié est le **facteur d'échelle.** On **multiplie** le facteur d'échelle par toutes les **dimensions** pour trouver **l'agrandissement** ou **la réduction**.

ex photocopie 200 % ex. une carte

L'agrandissement ou la réduction d'un autre diagramme se nomme diagramme à l'échelle.

Taille réelle **Réduction**

Un diagramme à l'échelle peut être plus petit que le diagramme de départ. Ce type de diagramme à l'échelle se nomme *réduction*.

Voici un dessin en taille réelle d'un macaron et un diagramme à l'échelle qui en est une réduction.

diamètre 3 cm diamètre 2 cm

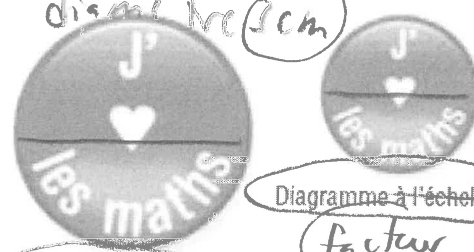


Diagramme de départ
taille réelle

Diagramme à l'échelle réduction

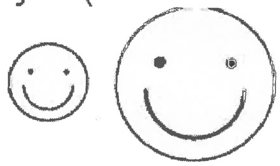
facteur d'échelle $\frac{\text{petit}}{\text{grand}}$ $\frac{2}{3} = 0,\overline{2}$

Il faut mesurer et comparer les longueurs correspondantes dans le diagramme à l'échelle et

grand
petit

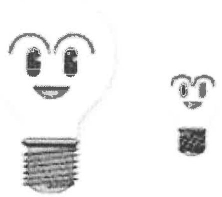
<u>4.1 Les Agrandissements et les Réductions p. 130</u>

<u>Agrandissement</u> – une augmentation des dimensions d'un objet (2-D ou 3-D) par un facteur constant



-ex. toutes les dimensions de l'objet sont 2x plus grandes que les dimensions originales

<u>Réduction</u> – une diminution des dimensions d'un objet (2-D ou 3-D) par un facteur constant



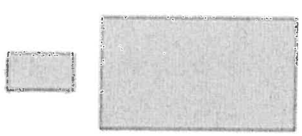
-ex. toutes les dimensions sont 2x plus petites que les (**la moitié des**) dimensions originales

Un agrandissement ou une réduction est une figure qui a <u>la même forme</u> que la figure originale, mais dont les dimensions sont <u>**proportionellement**</u> <u>plus grandes</u> (agrandissement) ou <u>plus petites</u> (réduction).

<u>Facteur d'échelle</u> – le facteur constant par lequel toutes les dimensions d'un objet sont agrandies ou réduites dans un diagramme à l'échelle

Pour agrandir ou réduire on toujours **MULTIPLIE** par le facteur d'échelle.

Facteur d'échelle	objet
> 1	objet a été <u>agrandi</u>
< 1	objet a été <u>réduit</u>



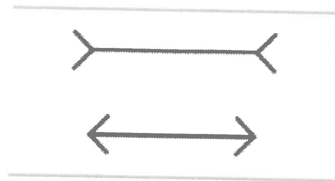
<u>exemple</u> : Les dimensions de ce rectangle ont été multipliées par 3.

$\therefore$ Le facteur d'échelle est 3.

Il y a 2 méthodes pour agrandir ou réduire un objet :

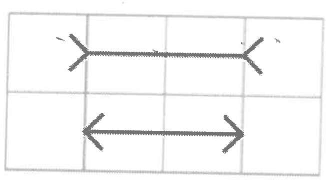
- utiliser du papier quadrillé
- Mesurer les dimensions sur l'object original et **multiplier**-les par le **facteur d'échelle**

Exemple 1 p. 131 : (4)
Dessine une figure dont les dimensions sont <u>2 fois plus grandes</u> que celles de l'originale.



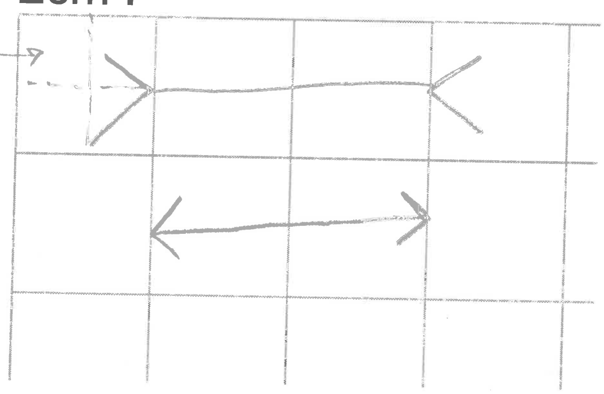
<u>Méthode 1</u> : Trace la figure sur du papier quadrillé à 1 cm, puis sur le carré correspondant du papier quadrillé à 2 cm.
(<u>ou</u> tu peux employer papier quadrillé à 1 cm.. 2 carrés pour chaque 1 cm)

1 cm :



2cm :

papier de 1cm.

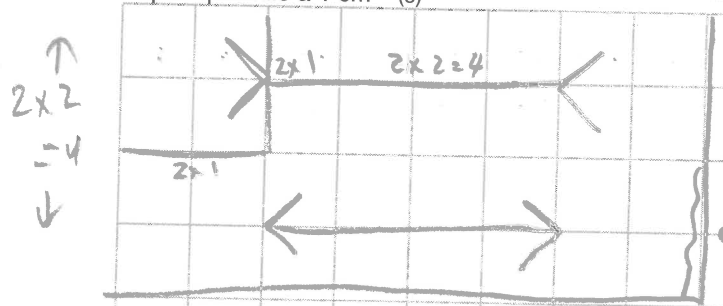


1 carré 2 x plus grand

2 x 4 = 8

ex. 1

Papier quadrillé à 1 cm (5)

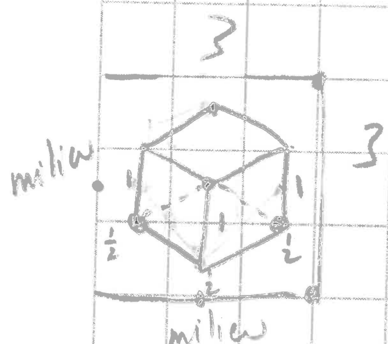


agrandi

← milieu d'un carré 1cm
= milieu de 2 carrés
2x plus grand

ex. 2

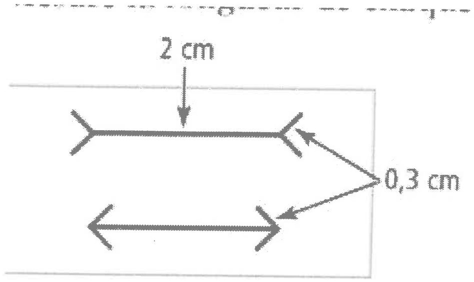
réduit



(exemples p.6+8)

Méthode 2 : Facteur d'échelle (6)

1. Mesure la longueur de chaque segment.



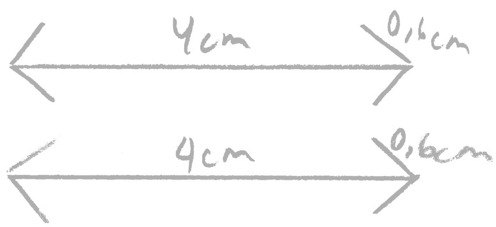
2. Les dimensions de la nouvelle figure sont 2x plus grandes.

∴ Multiplie chaque longueur par un facteur d'échelle de 2 .

$2 \times 2 = 4$cm
$0,3 \times 2 = 0,6$cm

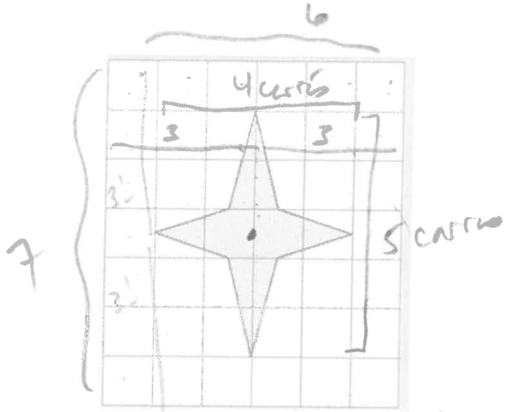
∴ Les segments de la figure agrandie mesurent 4cm et 0,6cm

3. Utilise les nouvelles longueurs pour dessiner l'agrandissement.



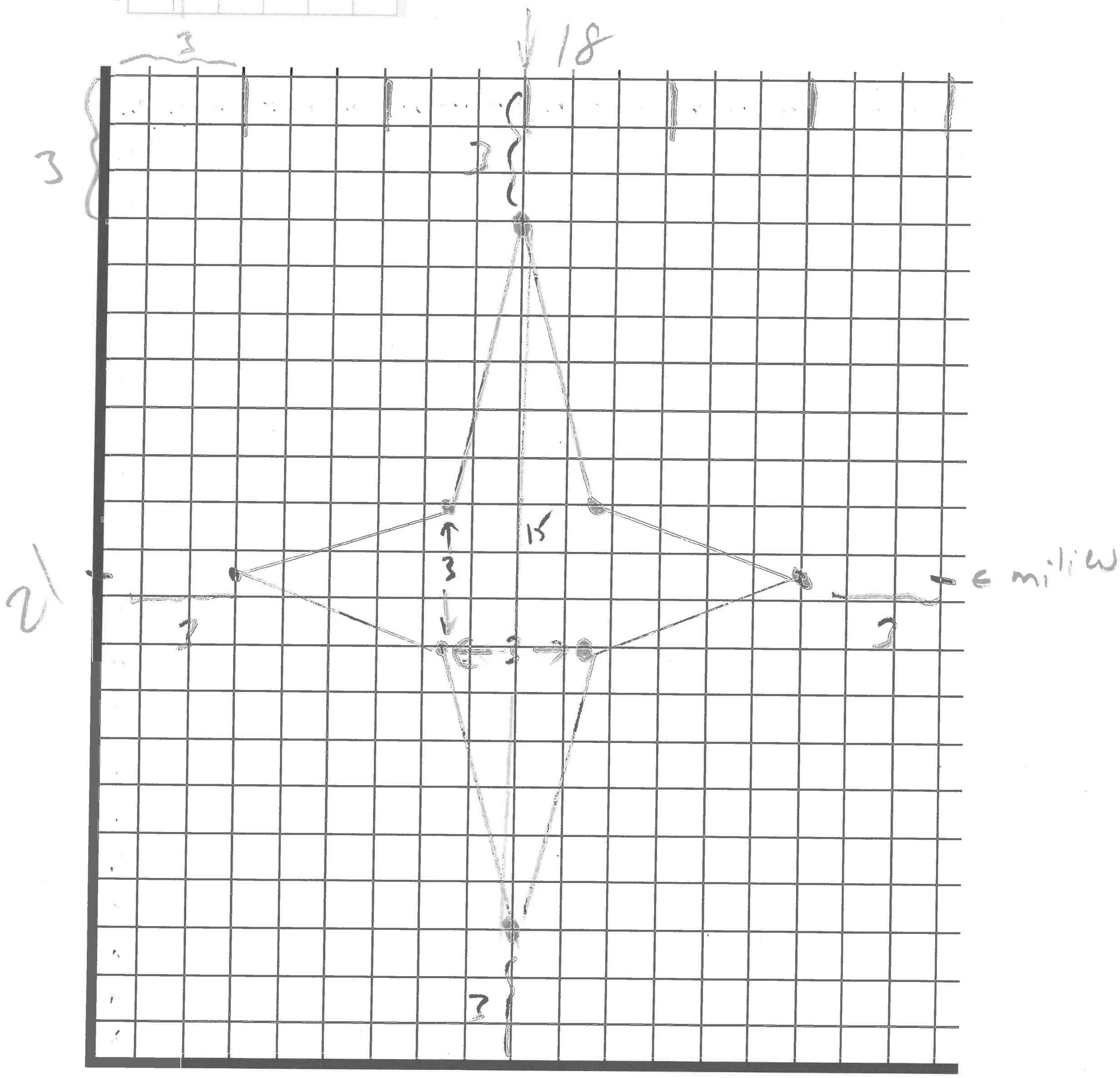
MCQTS p. 132 (7)

Utilise deux méthodes pour dessiner une figure dont les dimensions sont trois fois plus grandes que dans la figure originale ci-contre. *(Trace la figure aggrandie ~~sur la graphique~~. Ensuite indique les mesures (le nombre de carrés de longueur et largeur) au diagramme – multiplié par un facteur d'échelle de 3.)*



3,2 cm × 3 = 9,6 cm
2,5 cm × 3 = 7,5 cm

milieu



7

MCQTS p. 132

3,2 cm × 3 = 9,6 cm

2,5 cm × 3 = 7,5 cm

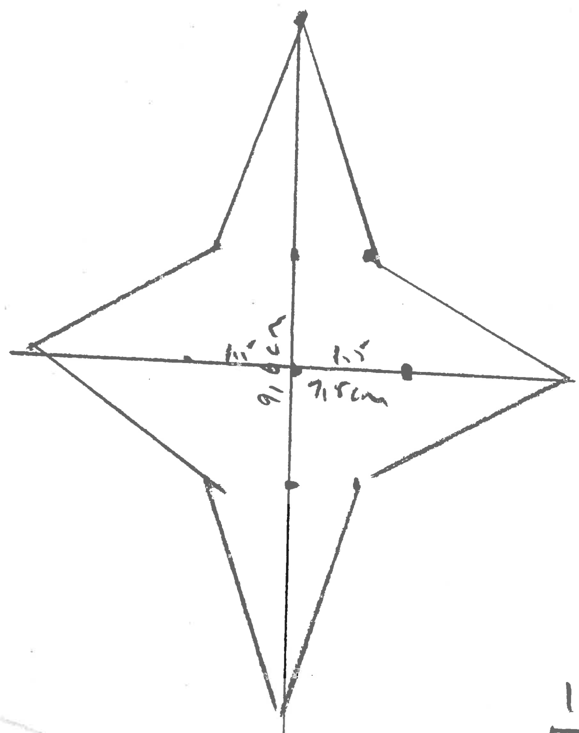
0,5 cm × 3 = 1,5

0,7 cm × 3 = 2,1

Corrigé
multiplié par le facteur d'échelle
p. 7+10

9,6 ÷ 2 = 4,8

7,5 ÷ 2 = 3,75

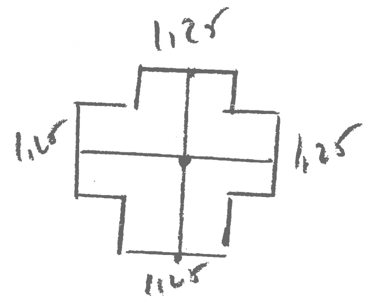


MCQTS p. 134

5 cm × 0,5 = 2,5 cm

2,5 cm × 0,5 = 1,25 cm

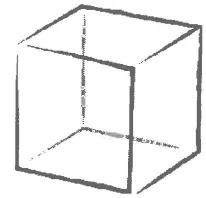
1,2 cm × 0,5 = 0,6 cm



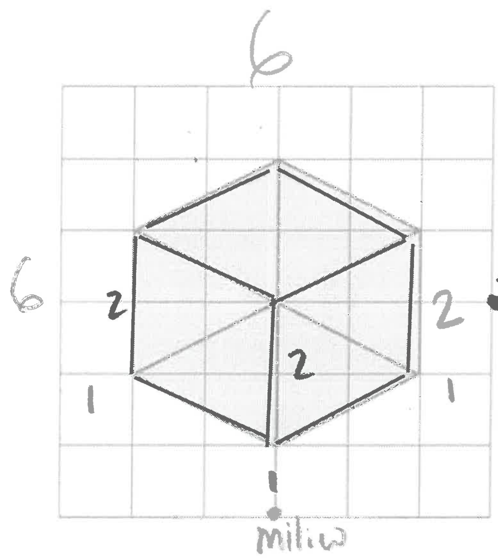
1,25 ÷ 2
0,625

7 cont.

Exemple 2 p. 133: Faire une Réduction (8)

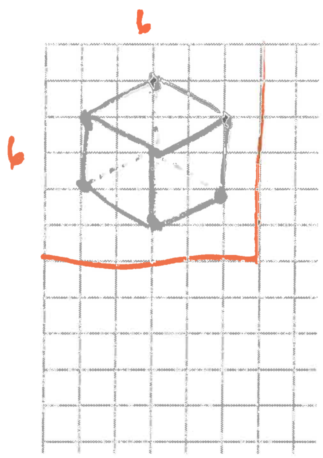


Dessine une réduction d'une figure qui sera <u>2x plus </u>petite (la moitié) **que l'original.**



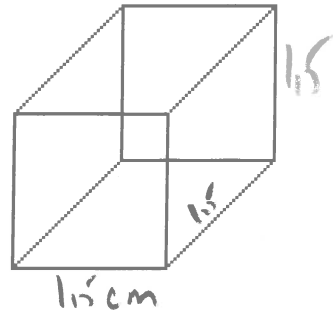
<u>Méthode 1</u>
Trace la figure sur du papier quadrillé à 1 cm, puis sur le carré correspondant du papier quadrillé à 0,5 cm.
(<u>ou</u> tu peux employer papier quadrillé à 1 cm.. 0,5 carrés pour chaque 1 cm.. <u>ou</u> tu peux employer papier quadrillé à 2 cm puis 1 cm)

Papier quadrillé à 0,5 cm



Méthode 2 : Facteur d'échelle (9)

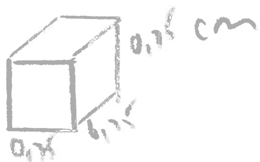
1. Mesure la longueur de chaque segment.



∴ 2. Les dimensions de la nouvelle figure sont 2x plus petites. Multiplie chaque longueur par un facteur d'échelle de 0,5

Les segments de la figure réduite ∴ mesurent 0,75

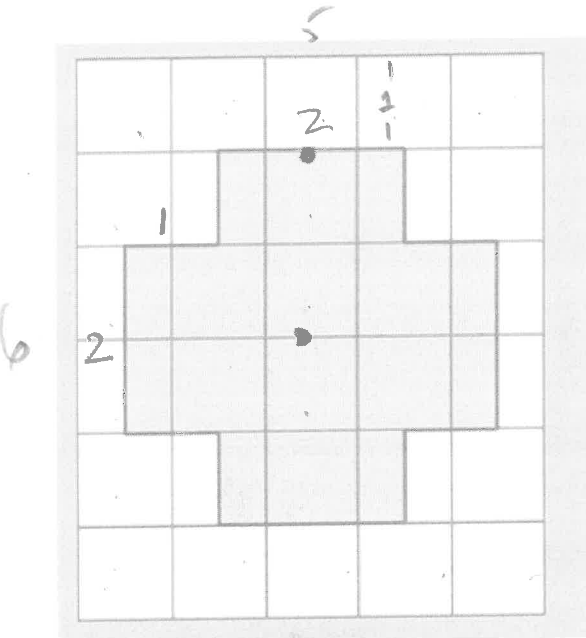
3. Utilise les nouvelles longueurs pour dessiner la réduction.

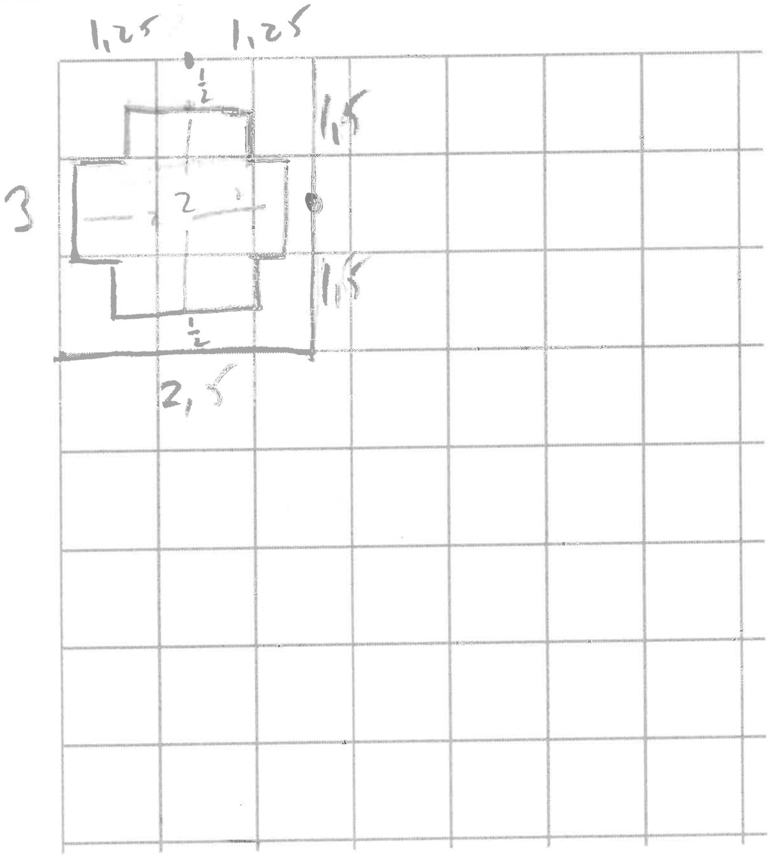


MCQTS p. 134 (10)

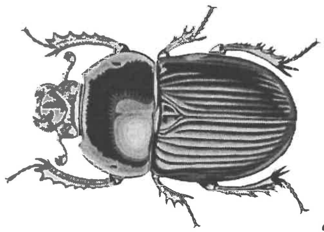
Utilise deux méthodes et un <u>facteur d'échelle de 0,5</u> pour réduire cette figure.

*(Trace la figure réduite sur la graphique. Ensuite indique les mesures (le nombre de carrés de longueur et largeur) au diagramme – **<u>multiplié</u>** par un facteur d'échelle de 0,5.)*

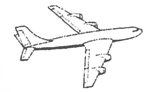




(voir p. 7 corrigé avec papier à 1cm)



4.2 Les Diagrammes à l'Échelle p. 140



Un **dessin ou diagramme à l'échelle** est une image (dessin, schéma) qui représente un *objet réel*. **C'est semblable à un figure ou un objet.. mais plus petit ou plus grand.**

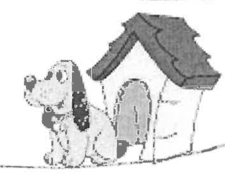
La **proportion** dans laquelle l'image est agrandie ou réduite par rapport à l'objet réel est appelée ***l'échelle***. C'est le rapport entre la taille de l'image et la taille de l'objet réel. La proportion de l'objet réel doit être respectée. Il faut bien indiquer **l'échelle de rapport** quand on trace un diagramme à l'échelle.

échelle de rapport → dessin: réel

(toujours 1) (le **facteur** qu'on **multiplie le dessin** pour **trouver le réel**)

exemple a:

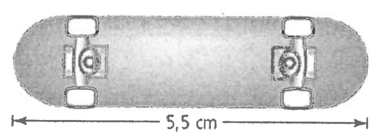
- Tu dessines des plans pour bâtir une niche pour ton chien.
- l'échelle de rapport est de 1:10
- ∴ 1 cm **dans ton dessin** représenterait en réalité 10 cm **sur la niche**.



exemple 1:

Dans un diagramme à l'échelle d'une planche à roulettes, on a utilisé une **échelle de rapport 1:14.**

Quelle est la longueur de la planche à roulettes, si la longueur sur le diagramme à l'échelle est de 5,5 cm?



1:14 signifie que les dimensions réelles de l'objet sont 14 FOIS PLUS GRANDES que les dimensions sur le dessin

Méthode 1: **multiplier par le facteur d'échelle**

$(5,5) \cdot (14) = 77\text{cm}$

longueur sur le dessin — multiplie — facteur d'échelle — réel

C'est un agrandissement/réduction alors le facteur d'échelle doit être > 1.

supérieur à

Méthode 2: utiliser une proportion

proportion $\frac{\text{dessin}}{\text{réel}}$ $\frac{1}{14} = \frac{5{,}5}{y}$

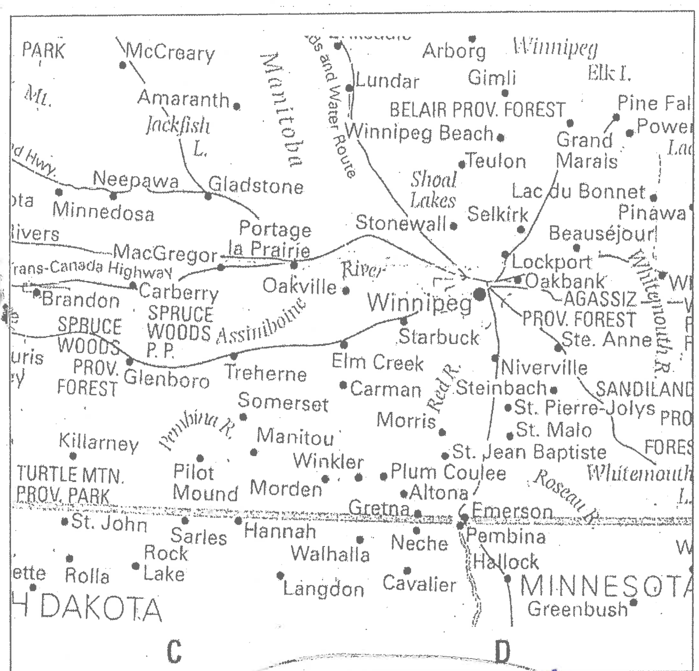
$1(y) = (5{,}5)(14)$ Produit croisé X

$y = 77\text{ cm}$

Faire MCQTS 1 p. 140 manuel (p. 13 livret)

exemple b: L'échelle permet d'établir une comparaison entre une distance sur une carte et la distance réelle.

Voilà une carte Google montrant Winnipeg et la région à l'ouest de la ville. Regarde attentivement la légende dans le coin inférieur gauche. **L'échelle cartographique montre une distance réelle de 50 km.**



Quelle est la distance sur la carte? 1cm

(*Il faut le mesurer*).

On peut établir une proportion avec des unités différentes.

Alors 1 cm sur la carte représente 50 km réel. C'est l'échelle de la carte.

La carte est un diagramme à l'échelle.

Quelle est la distance réelle de Portage La Prairie à Winnipeg, selon la carte? 125km

(*Mesure la distance sur la carte* : 2,5cm *Applique l'échelle pour la calculer*.)

$\frac{\text{cm}}{\text{km}}$ $\frac{\text{dessin carte}}{\text{réel}}$ $\frac{2{,}5}{x} = \frac{1}{50}$

$x = (2{,}5)(50)$

$x = 125\text{ km}$

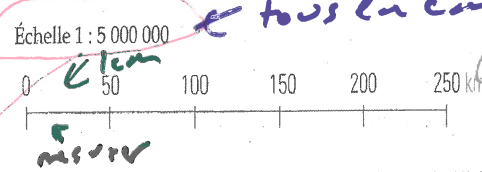
échelle de rapport

tous en cm.

échelle cartographique

cm : km

1cm : 50km



The Canadian Oxford School Atlas, 8th Edition, Quentin H. Stanford (Ed.). Don Mills, ON: Oxford University Press, 2003. Reproduit conformément aux dispositions du Tarif Access Copyright pour les écoles élémentaires et secondaires.

ou $(2{,}5)(50) = 125\text{ km}$.

On peut aussi employer cette échelle de rapport. C'est le même unité. 50km = 5 000 000 ← × 100 000

Ou : $(2{,}5)(5\,000\,000) = 12\,500\,000\text{ cm}$

Mais la réponse ne veut dire pas beaucoup parce qu'on ne mesure pas une grand distance en cm. Alors il faut convertir de cm à km. (1 km = 100 000 cm). $12\,500\,000 \div 100\,000 = 125\text{ km}$

Dans une échelle cartographique, les rapports d'échelle sont basés sur différentes unités de mesure ; il faut donc être attentif afin d'écrire correctement les unités de mesure.

Faire MCQTS 2 p. 141 manuel (p. 13 livret)

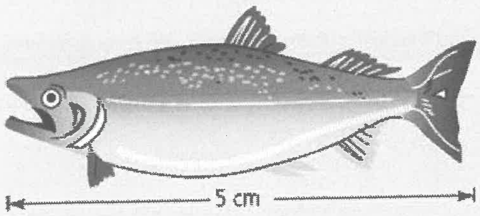
1. **MCQTS p. 140** Réponse: (agrandissment .1; 46 cm)

Méthode 1 ou 2 p. 11/12 – au choix

(Indice: Agrandissement ou réduction? Facteur d'échelle <1 ou >1 ?

facteur d'échelle pour agrandir

L'échelle du dessin de ce saumon quinnat est de 1 : 9,2.



Calcule la longueur réelle du saumon.

proportion

$\frac{1}{9,2} = \frac{5}{x}$ dessin / réel

$x = 5(9,2)$

$x = 46$ cm réelle

ou: mult. par facteur d'échelle

$(5)(9,2)$

réelle = 46 cm

2. **Montre ce que tu Sais p. 141**

Réponse: a) 1 cm représente 180 km

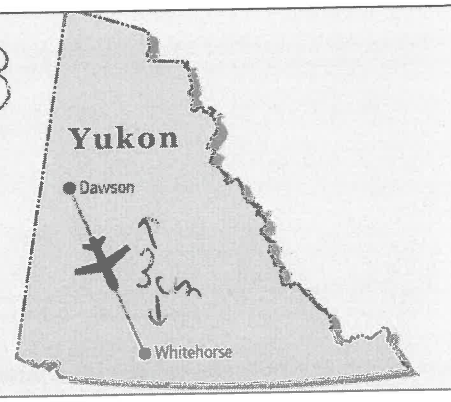
b) 1 :18 000 000 (1 cm : 18 000 000 cm), ou 1 cm : 180 km

La distance à vol d'oiseau entre Dawson et Whitehorse est de 540 km. Sur la carte, cette distance est de 3 cm.

a) Complète cet énoncé pour exprimer en mots l'échelle de la carte.

Échelle: 1 cm représente ▒ km

b) Exprime l'échelle de rapport de 2 façons: cm à km et aussi avec la même unité. (1 km = 100 000 cm)



a) (3 cm représente 540 km) ÷3

1 cm représente 180 km

b) $\frac{3}{540} = \frac{1}{x}$ cm / km dessin / réel

$3x = 540$

$x = 180$

1 cm : 180 km

3cm : 540 km ÷3

1cm : 180 km

échelle cartographique

ou b) 180 km

= (180) (100 000)

= 18 000 000 cm

1 : 18 000 000 ← échelle de rapport

3. **Montre ce que tu Sais** (réponse >1 ; a) 2,5 b) ~~1 : 2,4~~) 1:2,5

Sur un schéma, 4,8 cm sur le dessin représentent 12 cm réel. a) Quelle est son facteur d'échelle pour agrandir le dessin ? (*le facteur d'échelle doit être* __>__ *1 pour agrandir*) b) Quel est ~~le~~ rapport de l'échelle? l'échelle de rapport ?

supérieur à 1

a) facteur d'échelle = dessin / réel

$\frac{1}{x} = \frac{4,8}{12}$

$\frac{12}{4,8} = \frac{4,8x}{4,8}$

$2,5 = x$

On multiplie 4,8 par 2,5 pour agrandir.

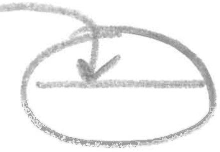
b) dessin : réel

÷4,8 (4,8 : 12) ÷4,8

1 : 2,5

ou $\frac{\text{grand}}{\text{petit}} = \frac{12}{4,8} = 2,5$

réel



Exemple 2: Déterminer le facteur d'échelle et l'échelle de rapport.

Le diamètre d'une pièce canadienne de 25¢ est égal à 23,88 mm.
a) Calcule le facteur d'échelle utilisé pour dessiner la pièce. B) Aussi trouve le rapport d'échelle. Arrondis ta réponse au dixième près.

Réponse:

a) C'est un **agrandissement/réduction** alors le facteur d'échelle va être < 1.

dessin

1. Mesure le diamètre du dessin de la pièce.

2 cm

(Convertis tout en mm. (1 cm = 10 mm)

$2 \times 10 = 20$ mm

2 cm
20 mm

2. Fixe une proportion avec l'échelle est les mesures.

Facteur d'échelle d'un agrandissement : $\frac{grand}{petit}$ $\boxed{>1}$	*Facteur d'échelle d'une réduction :* $\frac{petit}{grand}$ $\boxed{<1}$

3. Divise l'échelle pour trouver le facteur d'échelle.

- Diamètre d'un 0,25$ = 23,88 mm
- Diamètre du dessin d'un 0,25$ = 2 cm = 20 mm

réduction → $\frac{petit}{grand} = \frac{20}{23,88} = 0,8375$ ← <1 réduction

On a multiplié le diamètre réel par 0,8375 pour dessiner la réduction du 25¢.

b) Pour trouver $\boxed{\text{l'échelle de rapport}}$ **POUR UNE RÉDUCTION,** divise « 1 » par le facteur d'échelle.

$\frac{1}{facteur} = \frac{1}{0,8375} = 1,194$

Autre méthode: écrit l'échelle de rapport avec le **dessin** et **réel** puis divise les deux par le **nombre du dessin** (parce qu'une échelle de rapport est toujours 1 : ____)

÷20 (20 : 23,88 / 1 : 1,194) ÷20

Échelle de rapport : 1 : 1,194
dessin : **réel**
(toujours 1) (le **facteur** qu'on **multiplie le dessin** pour **trouver le réel**)

(On a **multiplié la réduction** par ce facteur pour **trouver la réel** 2(1,194) = 23,88).

En général, pour calculer le facteur d'échelle …
-on mesure deux côtés sur le dessin et les deux côtés correspondants dans la réalité. $\frac{grand}{petit}$ ou $\frac{petit}{grand}$
-Ensuite on calcule le **rapport** entre la mesure prise sur le **dessin** et la mesure réelle.
-Le rapport pour chaque paire de côtés correspondants doit être identique.

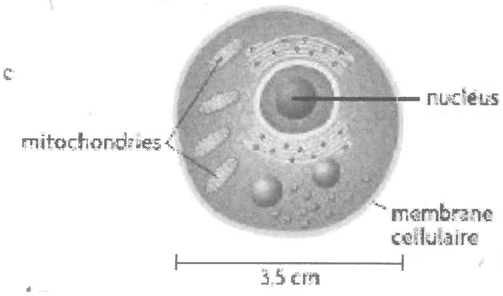
<1 aggrandisement; <1 réduction

Faire MCQTS 3 p. 13 livret

r : agrandissent > 1

Essaie :

1. Le diamètre de la cellule animale représentée ~~par ce~~ dessin à l'échelle est en réalité 0,25 mm. Quel facteur d'échelle a été employé pour faire ce dessin à l'échelle ?



35 mm

réel 0,25 mm
dessin 3,5 cm (agrandissement)

facteur : $\frac{\text{grand}}{\text{petit}}$ $\frac{35}{0,25} = 140$ La cellule a été multipliée par un facteur d'échelle de 140

2. Déterminе si le diagramme original sera plus grand ou moins grand que le dessin à l'échelle après application du facteur d'échelle.

a) facteur d'échelle : 112% Fois 1,12
>1 plus grand

c) facteur d'échelle : $\frac{1}{4}$
<1 moins grand

b) facteur d'échelle : 0,75 <1 moins grand

3 Déterminez la valeur de x dans les proportions suivantes. La solution détaillée est exigée.

a) $\frac{1}{7} = \frac{x}{147}$

$\frac{147}{7} = \frac{7x}{7}$

$21 = x$

b) $\frac{3}{5} = \frac{81}{x}$

$\frac{3x}{3} = \frac{405}{3}$

$x = 135$

3 À partir de la longueur du dessin et l'échelle donnée, déterminer la longueur réelle de cette cuillère. (2 point)

agrandissement ∴ 4 est le facteur d'échelle.

$4(3,5) = 14$ cm

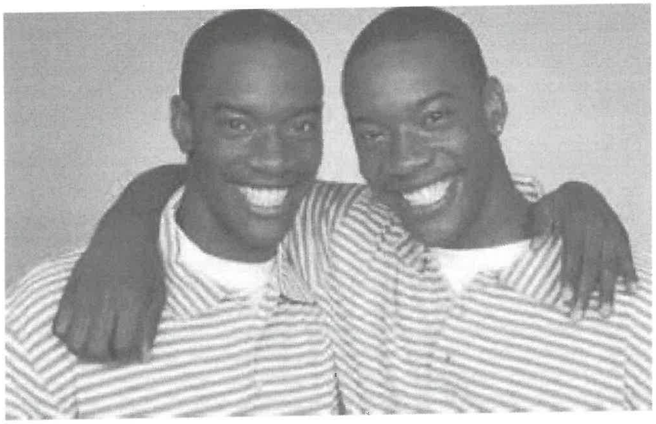
longueur réelle 14 cm

ou : $\frac{\text{dessin}}{\text{réel}}$ $\frac{1}{4} = \frac{3,5}{x}$

$x = 4(3,5)$

$x = 14$ cm

Les facteurs d'échelle et la similarité 4.3 4.4

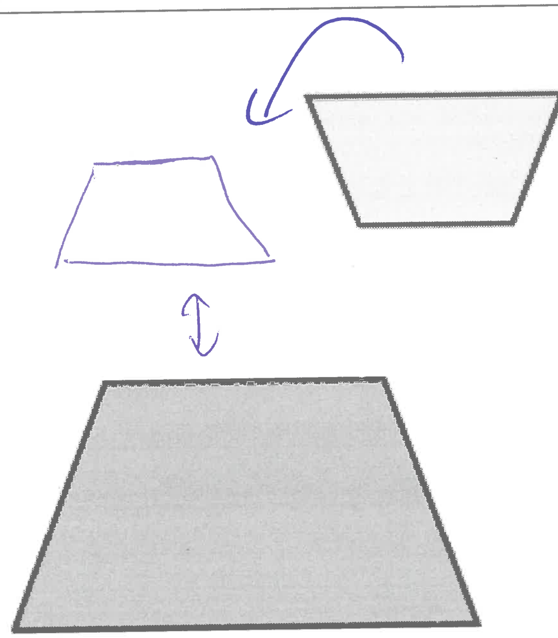


La semblance

- Même forme, mais les dimensions différentes
- Ont des angles correspondants de même mesure et des côtés correspondants proportionnels

Angles
et
Côtés

Correspondants



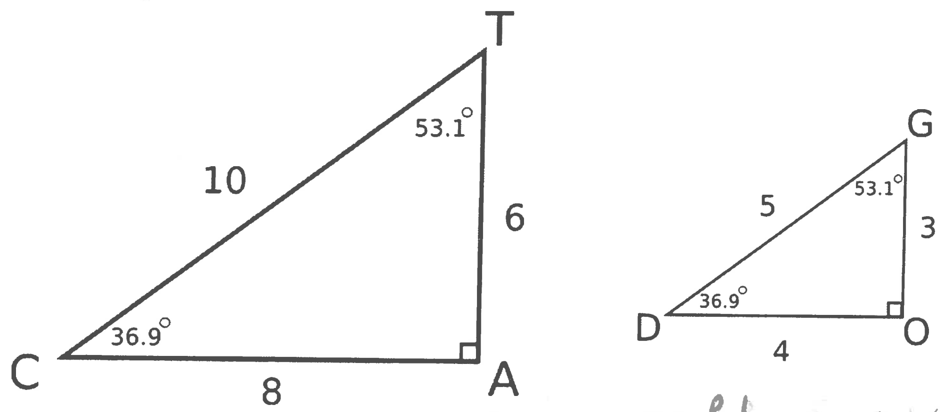
Ont la même position relative dans deux figures géométriques

4.3 Les Triangles Semblables p. 146

Les Triangles Semblables ont <u>la même forme</u> mais <u>pas toujours la même taille</u>.

Voilà un exemple des **triangles semblables**.

Considère...



Compare la mesure de $\angle T$ ~~et~~ $\angle G$. 53°1 — égaux

Compare la mesure de $\angle C$ ~~et~~ $\angle D$. 36,9° ″

Compare la mesure de $\angle A$ ~~et~~ $\angle O$. 90° ″

(les angles correspondants)

Qu'est-ce que tu remarques?

Les mesures des <u>angles</u> correspondants des 2 triangles sont égaux.

Trouve les rapports simplifiés de $\dfrac{GO}{TA}$, $\dfrac{OD}{AC}$, $\dfrac{DG}{TC}$

(chaque rapport a des côtés correspondants)

$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $\quad \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ $\quad \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

Qu'est-ce que tu remarques? rapport égaux

Les <u>côtés</u> correspondants sont proportionnel.

(Le rapport simplifié pour chaque pair de côtés des 2 triangles est le même.)

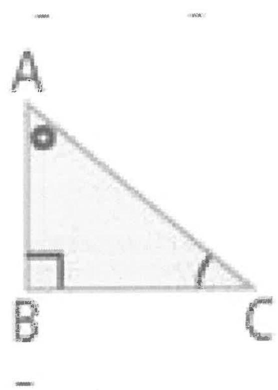
On **MULTIPLIE** chaque côté d'un triangle par le même nombre (le facteur d'échelle) pour trouver les côtés de l'autre triangle. Si l'autre triangle est **plus petit**, le facteur d'échelle qu'on **multiplie** serait <1 Si l'autre triangle est **plus grand**, le facteur d'échelle qu'on **multiplie** serait >1.

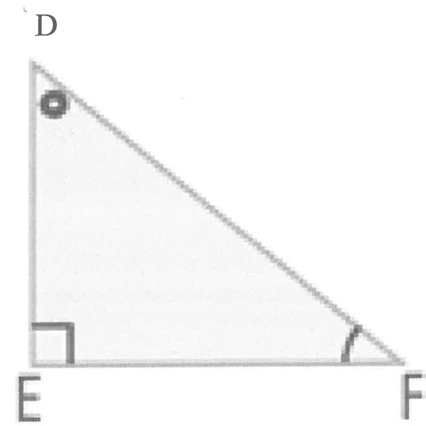
4.3 p. 146 Les Triangles Semblables

*Les triangles (ou polygones) sont semblables si:
- Les mesures de tous les <u>angles</u> correspondants sont les <u>mêmes</u>
- Les <u>longueurs</u> des <u>côtés</u> correspondants sont <u>proportionnelles</u>

*Les <u>figures semblables</u> ont:
- la <u>même forme</u>, mais avec les <u>dimensions proportionnelles</u>
- les <u>angles</u> ***correspondants*** de <u>même mesure</u>
- <u>côtés</u> ***correspondants*** <u>proportionnels</u>

*Les <u>angles ou côtés *correspondants*</u> ont:
- la <u>même position</u> relative dans deux figures géométriques





Angles correspondants:
∠A et ∠D
∠B et ∠E
∠C et ∠F

égaux

Côtés correspondants:
$\overline{AB}$ et $\overline{DE}$
$\overline{BC}$ et $\overline{EF}$
$\overline{AC}$ et $\overline{DF}$

proportionnels

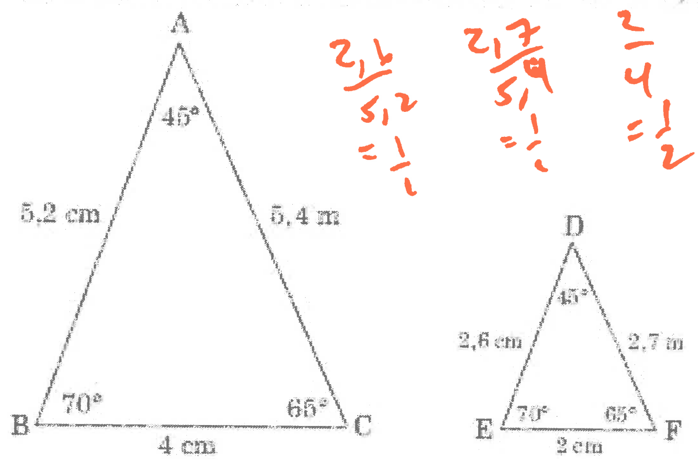
Pour prouver que les triangles sont semblables, c'est assez de savoir que les 2 ou 3 paires <u>d'angles</u> correspondants ont *la même mesure* (AA ou AAA) OU que les 3 paires de <u>côtés</u> sont **<u>proportionnelles</u>** (sont tous multipliés par le même facteur d'échelle).

La Relation de Similitude (19)

Note : Les triangles semblables ont la même forme si leurs angles ont la même mesure.

Exemple 1

Le triangle ABC est semblable au triangle DEF (la relation de similitude s'écrit Δ ABC ~Δ DEF).



$\frac{2,6}{5,2} = \frac{1}{2}$ $\frac{2,7}{5,4} = \frac{1}{2}$ $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

facteur d'échelle $= \frac{1}{2}$ ou 0,5
multiplie le grand triangle par $\frac{1}{2}$ pour trouver la réduction (facteur d'échelle < 1)

$\angle$ A ≅ $\angle$ D, ∴ $\angle$ A et $\angle$ D sont des angles correspondants.
$\angle$ B ≅ $\angle$ E, ∴ $\angle$ B et $\angle$ E sont des angles correspondants.
$\angle$ C ≅ $\angle$ F, ∴ $\angle$ C et $\angle$ F sont des angles correspondants.

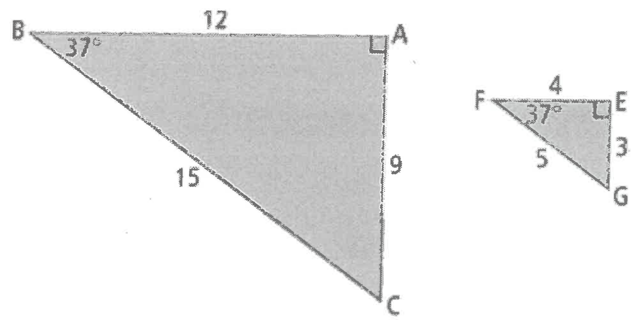
Dans cet exemple, les angles correspondants des triangles ABC et DEF ont la même mesure; par conséquent, Δ ABC ~ Δ DEF.

> *Note* : En utilisant la notation Δ ABC ~Δ DEF, il faut s'assurer d'écrire les paires d'angles correspondants dans le même ordre.
>
> correspondants
>
> Δ ABC ~ Δ DEF
>
> correspondants

"semblable à"

Exemple 1 p. 147: *Identifier des triangles semblables*

Détermine si le Δ ABC est semblable au Δ EFG.



Les triangles sont semblables si:

- les angles **correspondants** sont égaux

  OU
- les côtés correspondants sont proportionnels

(C'est assez de vérifier l'un ou l'autre pour prouver que les triangles sont semblables.)

Angles – c'est assez de prouver 2 paires égaux (AA) ou 3 paires (AAA)

$\angle B = \angle F = 37°$ $\quad$ $\angle C = 180° - 37 - 90 = 53°$ (Ls de Δ somme = 185°)

$\angle A = \angle E = 90°$ $\quad$ $\angle G$ "

$\Delta ABC \sim \Delta EFG$ (AA)

Côtés proportionnels: -compare pour chaque côté: $\frac{petit}{grand}$ ou $\frac{grand}{petit}$

-si chaque rapport (simplifié) a la même réponse, les côtés sont proportionnels.

$\frac{AB}{EF} = \frac{12}{4} = 3$ $\quad$ $\frac{BC}{FG} = \frac{15}{5} = 3$ $\quad$ $\frac{AC}{EG} = \frac{9}{3} = 3$

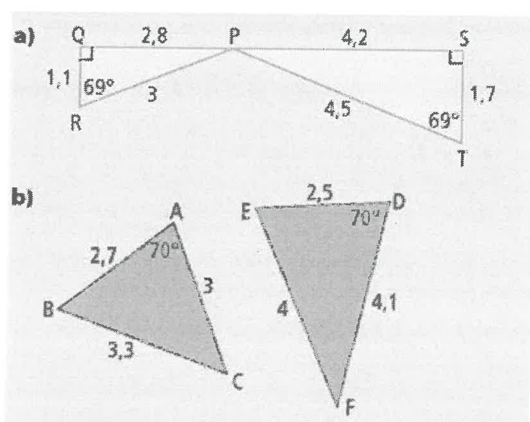
$\therefore$ $\Delta ABC = \Delta EFG$ (3 pairs de côtés proportionnels)

Toujours ***respecter l'ordre des lettres*** *: écrire les lettres de chaque triangle avec les paires d'angles correspondants dans le même ordre)*

MCQTS p. 148 (a oui b non)

Les triangles de chaque pair sont-ils semblables? Pourquoi?

(Prouver que 2 ou 3 paires d'angles correspondants sont égaux OU que les 3 paires de côtés sont proportionnelles.) **S'ils sont semblables, trouve le facteur d'échelle. Aussi écrit le relation de similitude.**

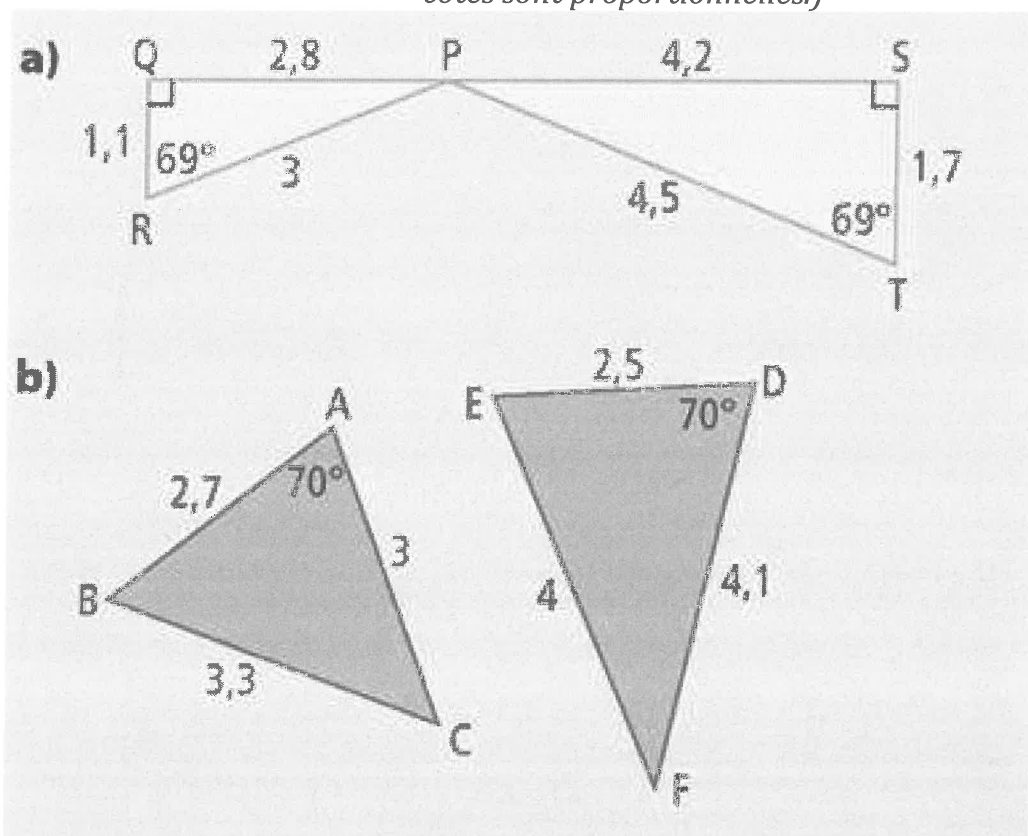


(prochaine page)

MCQTS p. 148 (a oui b non) (21)

Les triangles de chaque pair sont-ils semblables?
(si oui: trouve le facteur d'échelle)
Pourquoi?

(Prouver que 2 ou 3 paires d'angles correspondants sont égaux OU que les 3 paires de côtés sont proportionnelles.)



a) $\frac{ST}{QR}$ $\frac{PS}{QP}$ $\frac{PT}{RP}$ ∠s

$\frac{1,7}{1,1}$ $\frac{4,2}{2,8}$ $\frac{4,5}{3}$ ∠R = ∠T = 69°

1,54 1,5 1,5 ∠Q = ∠S = 90°

AA

oui ΔQPR ~ ΔSPT

facteur d'échelle → 1,5

b) On ne sait qu'une paire ∠s =

$\frac{2,5}{2,7}$ $\frac{4,1}{3}$ pas proportionnels NON

= 0,9 = 1,36

aussi 20

Exemple 2:Utiliser les triangles semblables (22)
pour déterminer la longueur d'un côté p. 148

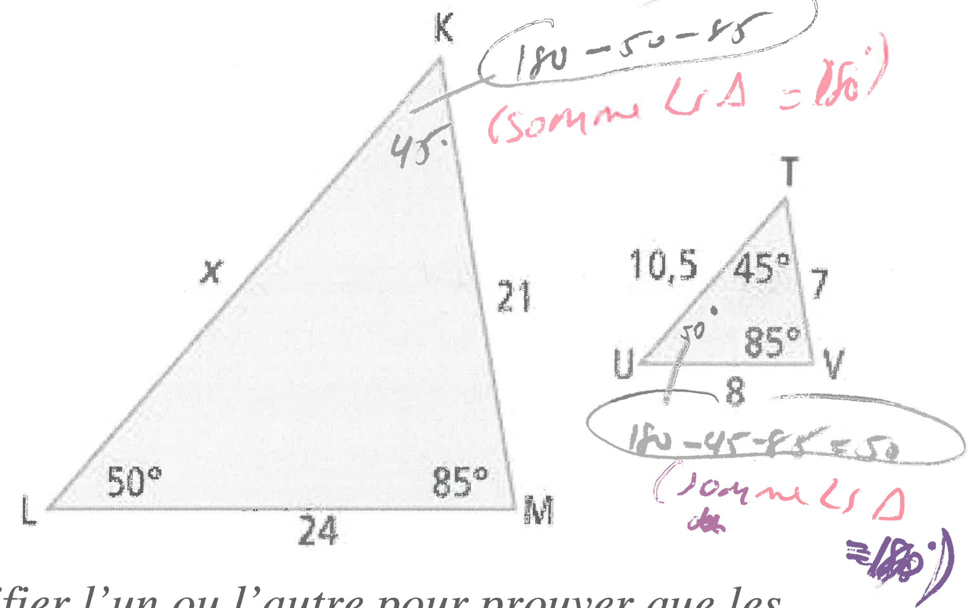
a) Est-ce que les triangles sont semblables?

Les triangles sont semblables si l'**une** de ces 2 conditions est satisfaite:

- les ∠s corrrespondants sont ≅

ou

- les côtés correspondants sont proportionelles



(C'est assez de vérifier l'un ou l'autre pour prouver que les triangles sont semblables.)

$\angle L = \angle U = 50°$

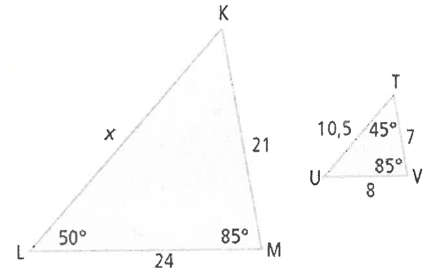
$\angle M = \angle V = 85°$

$\angle K = \angle T = 45°$

Oui $\therefore \triangle KLM \sim \triangle TUV$

semblable (AAA)

b) Trouve la mesure du côté $\overline{KL}$



Méthode 1: utiliser le facteur d'échelle

Écris les les rapports que tu sais pour trouver le facteur d'échelle.
(Écris les rapports pour que le facteur d'échelle qu'on MULTIPLIE est ***>1 pour agrandir*** *et* ***<1 pour réduire****)*

$$\frac{grand}{petit} \text{ ou } \frac{petit}{grand}$$

$\frac{KM}{TV} = \frac{21}{7} = 3$

$\frac{LM}{UV} = \frac{24}{8} = 3$

facteur d'échelle = 3.

$TU = 10.5$

$LK = (10.5)(3) = 31.5$

TU / facteur d'échelle

multiplié

$LK = 31.5$

Méthode 2: utiliser une proportion

$\Delta KLM \sim \Delta TUV$

$\frac{KL}{TU} = \frac{LM}{UV} = \frac{KM}{TV}$

$\frac{x}{10,5} = \frac{24}{8} = \frac{21}{7}$

$8x = 24(10.5)$

$\frac{8x = 252}{8}$

$x = 31.5 = KL$

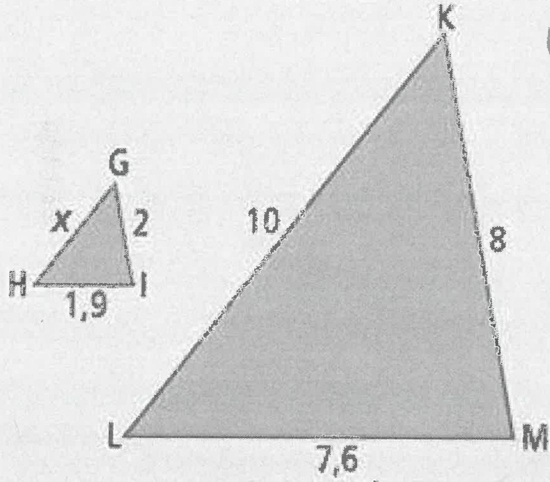
1. Écrit le **rapport de similitude.**
2. Écrit les **3 rapports** de côtés proportionnels en employant les **lettres** des triangles.. **dans le même ordre**
3. **Substitue** les valeurs (et le "x" des côtés des triangles
4. Choisis **deux** rapports et fait **produit croisé** pour trouver « x ».

Montre ce que tu sais p. 149 (24)

Réponses: a) $x = 2{,}5$ **b)** $x = 9{,}9$

Résous ces problèmes avec **la similitude** : trouve le facteur d'échelle et multiplie-le par le côté correspondant pour trouve la côte inconnu **OU** écris les 3 paires de côtés correspondants (les proportions) et trouve l'inconnu en trouvant le produit croisé.

a) $\triangle GHI \sim \triangle KLM$. Quelle est la valeur de $\overline{GH}$? Arrondis ta réponse au dixième près.



$\frac{GH}{KL} = \frac{HI}{LM} = \frac{GI}{KM}$

$\frac{x}{10} = \frac{1,9}{7,6} = \frac{2}{8}$

$7,6x = (1,9)(10)$

$7,6x = 19$

$x = 2,5$

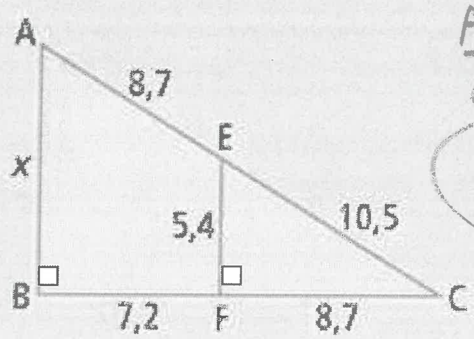
ou $\frac{2}{8} = 0,25$

$\frac{1,9}{7,6} = 0,25$

(rappel: réduction FE doit être < 1)

$10(0,25) = 2,5$

b) $\triangle ABC \sim \triangle EFC$. Quelle est la valeur de $\overline{AB}$? Arrondis ta réponse au dixième près.



$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FC} = \frac{AC}{EC}$

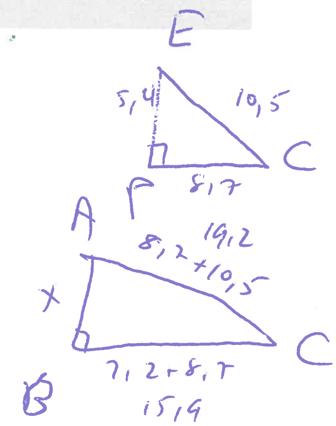
$\frac{x}{5,4} = \frac{15,9}{8,7} = \frac{19,2}{10,5}$

$8,7x = (5,4)(15,9)$

$x = 9,9$

ou $\frac{15,9}{8,7} = 1,8275$

$(1,8275)(5,4) = 9,9$



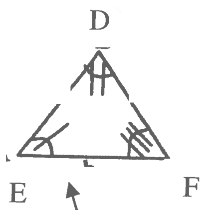
27

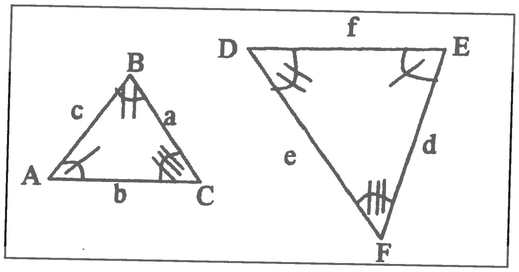
Les Triangles Semblables (25) Nom ____________________

Pour chaque paire de triangles, **détermine s'ils sont semblables.**

- Écris les paires d'angles correspondants égaux ou les paires de côtés correspondants proportionnelles (ensuite substitue les rapports des nombres pour indiquer que le facteur d'échelle est la même pour les 3 paires de côtés)
- indique la raison qu'ils sont semblables (**AAA** ou **AA** ou **les côtés proportionnels**)
- Si les triangles sont semblables, indique le rapport de similitude.

(**attention à l'ordre des lettres majuscules dans la notation pour indiquer les angles congrus)





exemple :

$\angle A = \angle E$

$\angle B = \angle D$

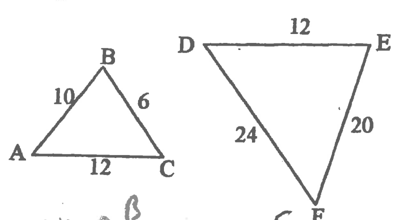
$\angle C = \angle F$

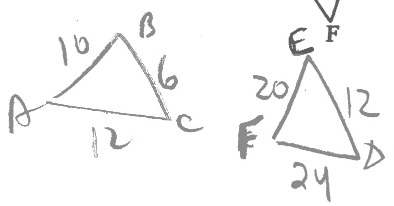
$\therefore \Delta ABC \sim \Delta EDF$

raison: **AAA**

(s'il t'aides, trace encore le 2e triangle au même direction que l'originale pour mieux comparer les angles et côtés correspondants)

1.





$\frac{AB}{EF}$ $\frac{BC}{DE}$ $\frac{AC}{DF}$

$\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta FED$

Raison: côtés proportionnels

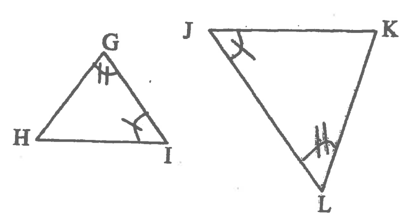
2.

$\angle G = \angle L$

$\angle I = \angle J$

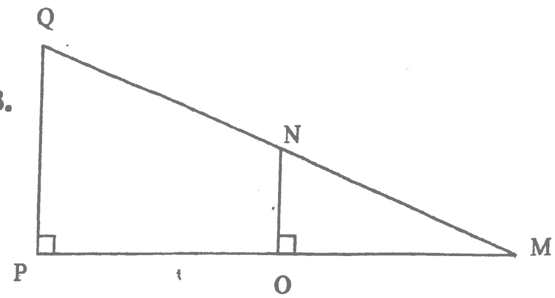
$\therefore \Delta GHI \sim \Delta LKJ$

Raison: AA



24

3.



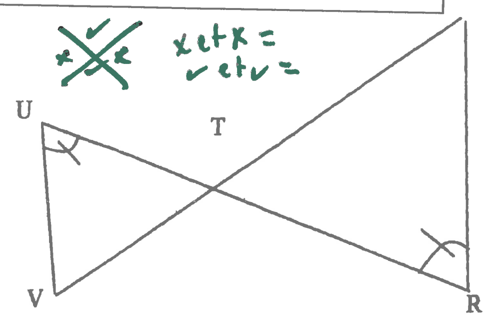
∴ ΔQMP ~ Δ NMO

Raison: AA

#4 indice: trouve les angles opposés par le sommet

4.

x et x =
v et v =



∠U = ∠R

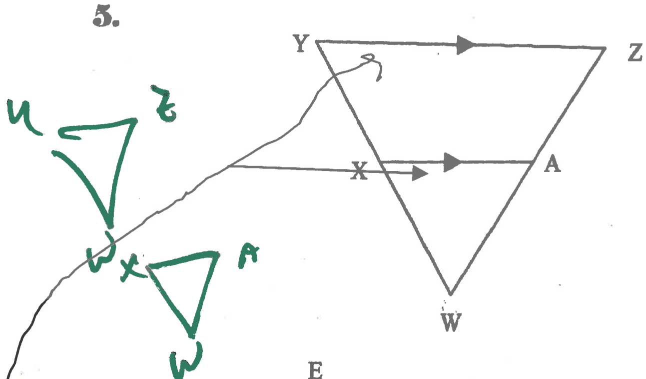
∠VTU = ∠STR

(∠s opposés par le sommet)

∴ ΔUVT ~ Δ RST

Raison: AA

5.



∠ZYW = ∠YZW (∠int. corr.)

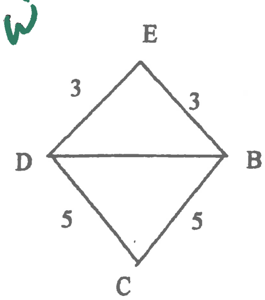
∠YZW = ∠XAW

∠W = ∠W

∴ ΔWYZ ~ Δ ΔWXA

Raison: AAA

6.

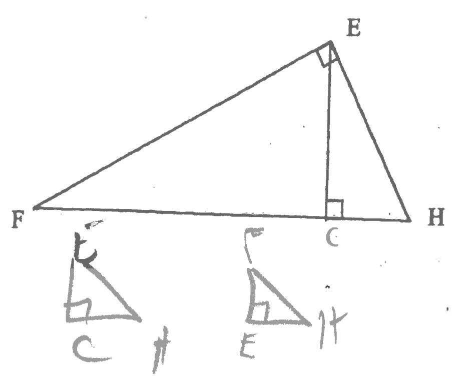


$\frac{DE}{DC} = \frac{3}{5}$ $\frac{EB}{CB} = \frac{3}{5}$ mais DB = DB $\frac{DB}{DB} = 1$

∴ ΔBED n'est pas ~ à Δ BCD

Raison: tous les 3 côtés correspondants ont des facteurs différents

7.



∠FEH ~ ∠ECH

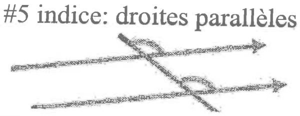
∠C = ∠E = 90°

∠H = ∠H

∴ ΔFEH ~ Δ ECH

Raison: AA

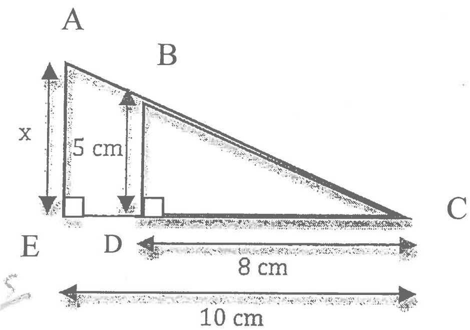
#5 indice: droites parallèles : trouve les angles internes correspondants qui sont égaux

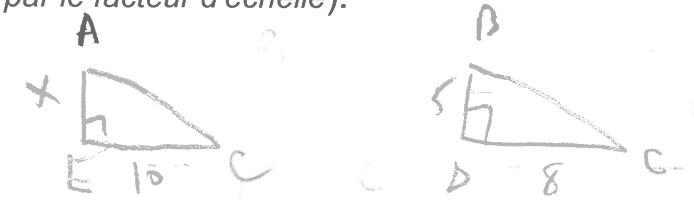


Les Triangles Semblables

Exemple 3:

Pour montrer clairement les triangles semblables, on peut les séparer, comme ci-dessous. Étiquette les triangles séparés. Indique les angles égaux (pour prouver que les triangles sont semblables) et ensuite trouve x (*avec la méthode de proportions ou la méthode de multiplier par le facteur d'échelle*).





Angles égaux : $\angle D = \angle E = 90°$ $\angle C = \angle C$ (même angle)

$\therefore \triangle BDC \sim \triangle AEC$ (AA)

proportions

$\frac{BD}{AE} = \frac{DC}{EC} = \frac{BC}{AC}$

$\frac{5}{x} = \frac{8}{10}$

$\frac{50}{8} = \frac{8x}{8}$

$6{,}25 = x$

ou facteur d'échelle $\frac{10}{8} = 1{,}25$

$(1{,}25)(5) = 6{,}25$

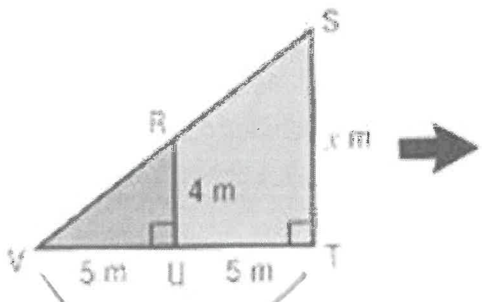
$x = 6{,}25$ cm

$\frac{\text{grand}}{\text{petit}}$

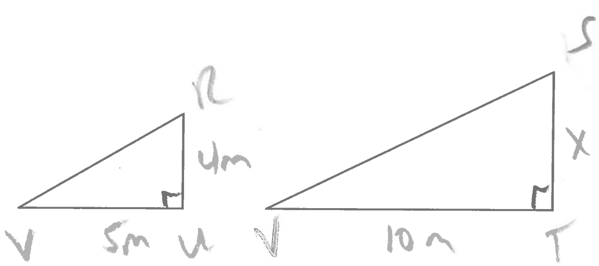
facteur d'échelle > 1

agrandis

Essayer :



VT = 10 m



* 5 + 5 = 10 m

$\angle U = \angle T = 90°$

$\angle V = \angle V$ (même angle)

$\triangle VUR \sim \triangle VTS$ (AA)

$\frac{VU}{VT} = \frac{UR}{TS} = \frac{VR}{VS}$

$\frac{5}{10} = \frac{4}{x}$

$5x = 40$

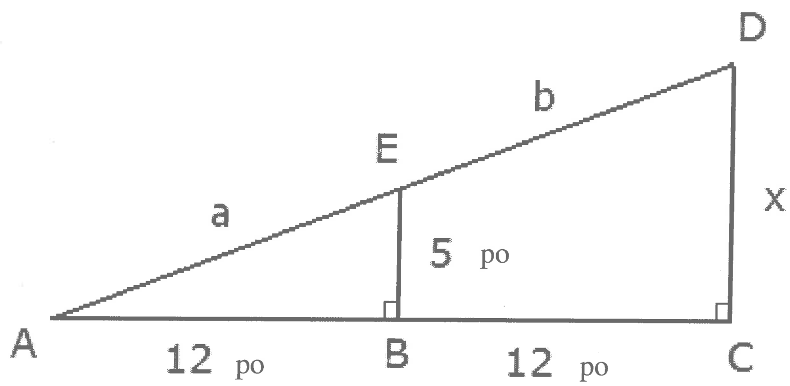
$x = 8$ m

ou $\frac{10}{5} = 2$

$4(2) = 8$ m

Essaie:

(po = pouces)

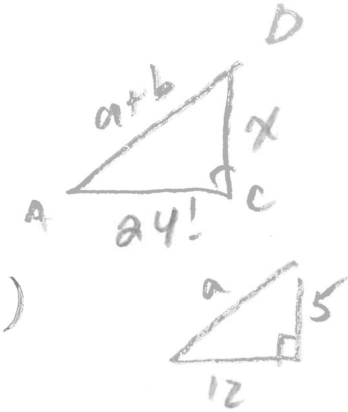


1. Prouver que les triangles ΔABE et ΔACD sont semblables.

$\angle A = \angle A$ (même $\angle$)

$\angle C = \angle B = 90°$

$\therefore \Delta ABE \sim \Delta ACD$ (AA)



2. Employer la similitude pour trouver la longueur de “x”.

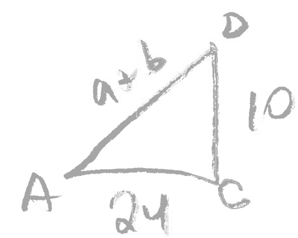
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD} = \frac{AE}{AD}$$

$$\frac{12}{24} = \frac{5}{x} = \frac{AE}{AD}$$

$12x = 120$

$x = 10$

3. Trouve la valeur de “b”. (<u>indice</u>: *il faut employer* ***Pythagore***).

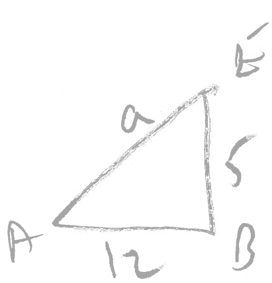


$24^2 + 10^2 = \overline{AD}^2$

$576 + 100 = \overline{AD}^2$

$676 = \overline{AD}^2$

$26 = AD$



$12^2 + 5^2 = AE^2$

$144 + 25 = AE^2$

$169 = AE^2$

$13 = AE$

(a)

AD − (a)

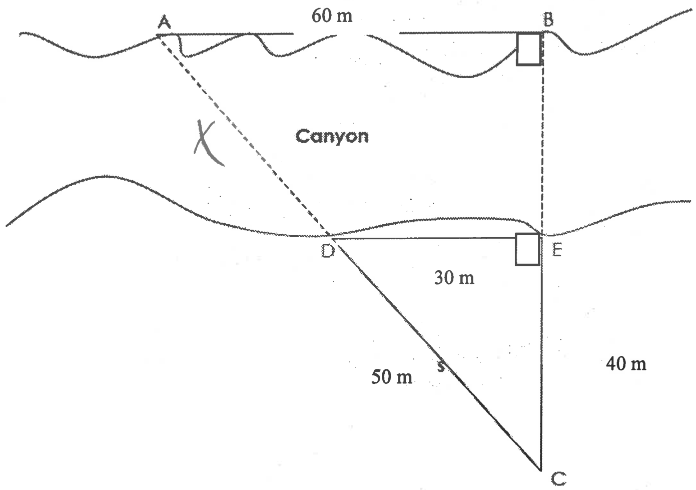
$b = AD - AE$

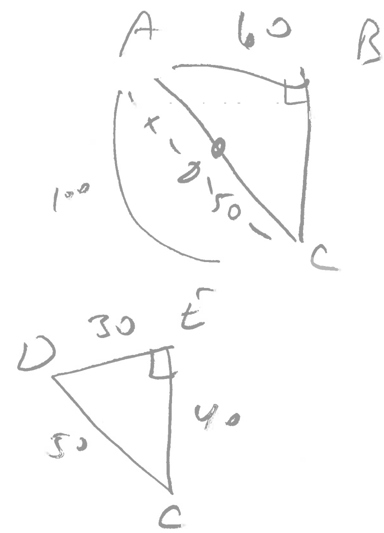
$= 26 - 13$

$b = 13$ po.

Exemple 4 : Utiliser les triangles semblables pour résoudre les problèmes

1. Deux randonneurs veulent mesurer la distance à travers un canyon. Ils voient deux blocs de roches (A et B) à l'autre côté du canyon. De leur côté de 2 points directement opposé, ils estiment que la distance entre les deux roches est de 60 mètres. Ensuite un des randonneurs ce tient à un point (C). De ce point, l'autre randonneur mesure les distances qui forment ΔCDE (selon le schéma ci-dessous). Quelle est la distance (AD) à travers le canyon?





$\overline{AD}$

1. **Étiquette le diagramme avec et «x » pour la longueur à travers le canyon que tu cherches.**

2. **Prouve que les 2 triangles sont semblables et écrit le rapport de similitude.**

$\angle B = \angle DEC = 90°$

$\angle C = \angle C$

$\therefore \Delta ACB = \Delta DCE$ (AA)

3. **Écris les rapports des côtés proportionnels. Remplis les valeurs que tu sais. Trouve AC à l'aide de produit croisé et algèbre.**

$\frac{AC}{DC} = \frac{CB}{CE} = \frac{AB}{DE}$

$\frac{AC}{50} = \frac{BC}{40} = \frac{60}{30}$

$\frac{AC}{50} = \frac{60}{30}$

$30AC = 50(60)$

$\frac{30AC}{30} = \frac{3000}{30}$

$AC = 100$ m

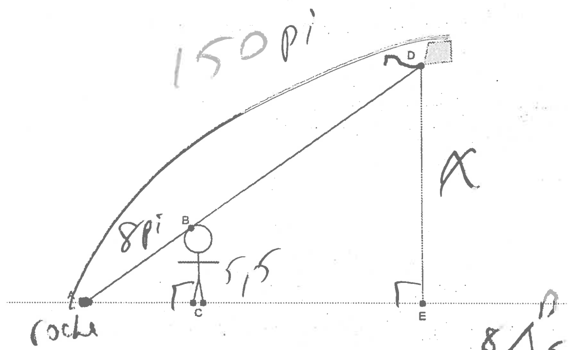
4. **Trouve la distance à travers le canyon (AD) en soustrayant CD de AC.**

$AD = AC - DC$

$AD = 100 - 50 = 50$

La distance à travers le canyon est 50m

Essaie :



Chrislann veut savoir la hauteur de son cerf-volant qu'il vole au parc. Premièrement, il laisse filer **150 pieds de la ficelle** et il l'attache à une roche au sol. Ensuite, il s'éloigne de la roche jusqu'à ce que la ficelle touche le sommet de sa tête. Il se tient très droit et il forme un angle droit avec le sol. **Il mesure 5,5 pieds**. Il mesure la **ficelle de la roche à sa tête** et il trouve que la longueur est **8 pieds. Quelle est la hauteur de son cerf-volant?**

1. Étiquette le diagramme avec les longueurs données et les angles droits et «x» pour la hauteur que tu cherches.

2. Prouve que les 2 triangles sont semblables et écrit le rapport de similitude.

$\angle ACB = \angle E = 90°$

$\angle A = \angle A$

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ (AA)

3. Écris les rapports des côtés proportionnels. Remplis les valeurs que tu sais et « x ». Trouve x à l'aide de produit croisé et algèbre. Arrondis la réponse finale à l'unité près quand tu écris la phrase de réponse.

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$$

$$\frac{8}{150} = \frac{5,5}{x}$$

$$8x = (5,5)(150)$$

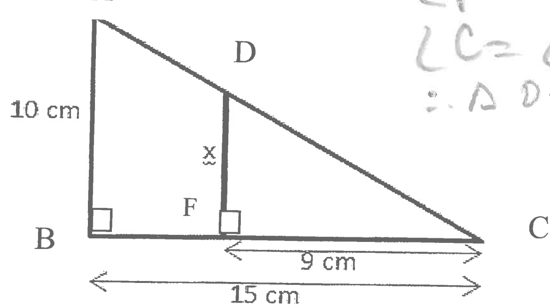
$$\frac{8x}{8} = \frac{825}{8}$$

$$x = 103,125$$

La hauteur de son cerf-volant est de 103 pieds.

Exercices (Si la question ne dit pas que les triangles sont semblables, il faut le prouver avant de trouver x avec similitude.) Pour chaque pair de triangles, trouve x.

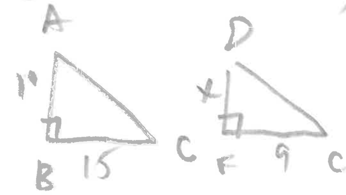
1.



$\angle F = \angle B = 90°$

$\angle C = \angle C$ (même angle)

$\therefore \Delta DFC \sim \Delta ABC$ (AA)



$\frac{DF}{AB} = \frac{FC}{BC} = \frac{DC}{AC}$

$\frac{x}{10} = \frac{9}{15}$

$\frac{15x}{15} = \frac{90}{15}$

$x = 6$ cm

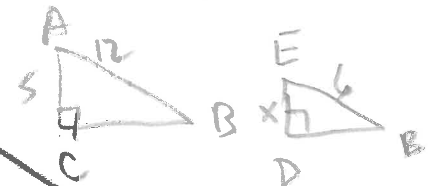
ou

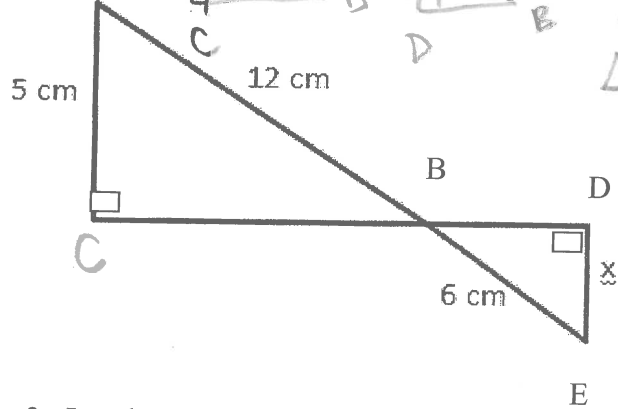
$\frac{9}{15} = 0,6$

$x = (0,6)(10)$

$x = 6$ cm

2.





$\angle C = \angle D = 90°$

$\angle B = \angle B$ (angles opposés par le sommet)

$\Delta ACB \sim \Delta EDB$

$\frac{AC}{ED} = \frac{CB}{DB} = \frac{AB}{EB}$

$\frac{5}{x} = \frac{CB}{DB} = \frac{12}{6}$

$\frac{5}{x} = \frac{12}{6}$

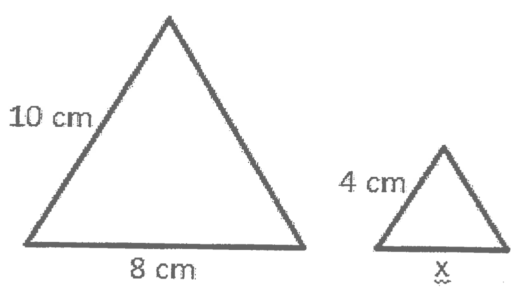
$\frac{30}{30} = \frac{12x}{30}$

$2,5 = x$

ou $\frac{6}{12} = 0,5$

$x = 5(0,5) = 2,5$ cm

3. Les deux triangles sont semblables.



$\frac{8}{x} = \frac{10}{4}$

$\frac{32}{10} = \frac{10x}{10}$

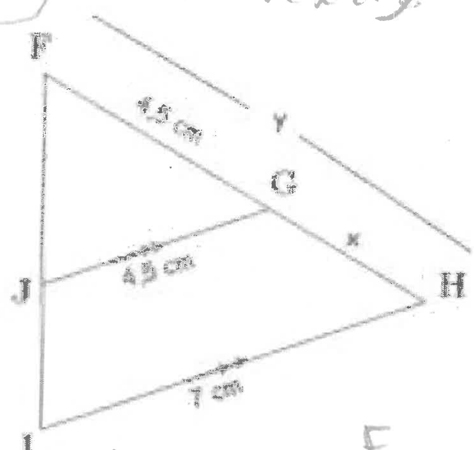
$3,2$ cm $= x$

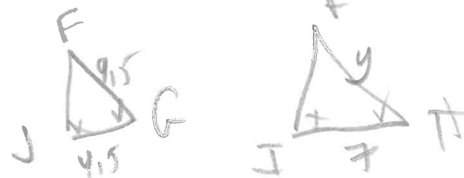
ou : $\frac{4}{10} = 0,4$

$8(0,4) = 3,2$ cm

4. Les deux triangles sont semblables.

Trouve x et y.





$\frac{4,5}{7} = \frac{4,5}{y}$

$y = 7$ cm

$x = 7 - 4,5$

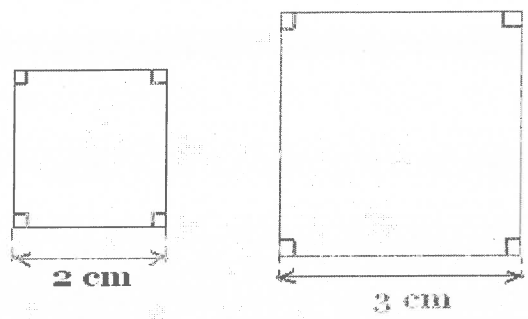
$x = 2,5$ cm

$\frac{7}{4,5} = 1,5$

$(1,5)(4,5) = 7$

~~28~~ 30

4.4 Polygones Semblables Dans cette section, nous étudierons les figures géométriques qui ont la même **forme**, mais pas nécessairement de la même ***taille***. *Ces figures géométriques sont appelés figures* $\boxed{\text{semblables}}$ ou $\boxed{\text{similaires}}$.



Deux carrés sont semblables

1. Figures semblables

Deux figures sont *semblables* si l'une est un ***agrandissement*** ou une ***réduction*** de l'autre.

Dans deux figures semblables, les angles correspondants sont égaux **ET** les mesures des côtés correspondants sont proportionnelles.

Le rapport de similitude est égal au rapport de la mesure d'un côté de la figure image et de la mesure d'un côté de la figure initiale

$$\textbf{rapport de similitude} = \frac{\text{mesure d'un } \textit{côté} \text{ de la figure image}}{\text{mesure d'un } \textit{côté} \text{ de la figure initiale}}$$

Glossaire des Symboles

$\angle$	Angle
—	Côté
$\triangle$	Triangle
$\sim$	Semblable à

2. Triangles semblables

Deux triangles sont semblables si:

- leurs angles correspondants sont égaux

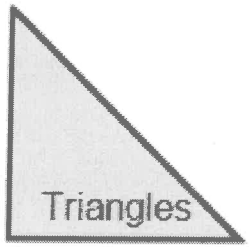
OU

- leurs côtés correspondants sont proportionnels.

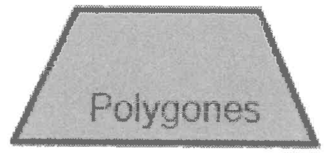
Ainsi, deux triangles ΔABC et $\Delta A'B'C'$ sont semblables (similaires) si:

(i) $\angle A = \angle A'$; $\angle B = \angle B'$; $\angle C = \angle C'$ ou (ii) $\frac{A^1B^1}{AB} = \frac{B^1C^1}{BC} = \frac{C^1A^1}{CA}$

Triangles vs Polygones – Trouver si les polygones dans un groupe sont semblables. Explique le raisonnement.



Semblables lorsqu'une de ces deux conditions est satisfaite:



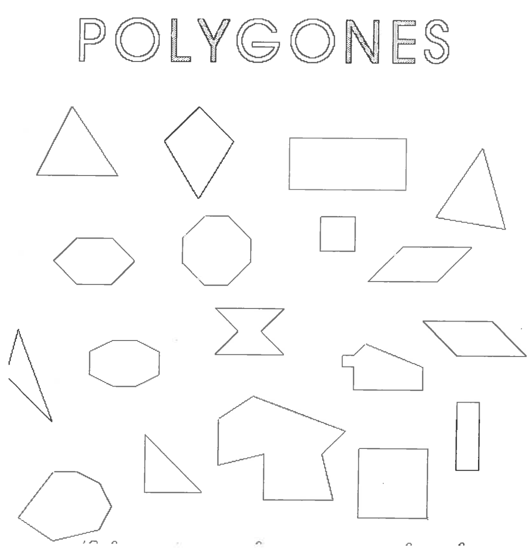
Semblables lorsque ces deux conditions sont satisfaites:

Les angles correspondants sont congruents

Les longueurs des côtés correspondants sont propotionnelles

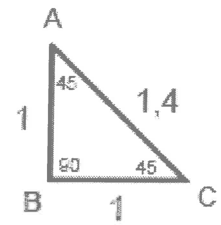
rappel : **Un polygone**

- est une figure à 2-D fermée, dont les côtés sont formés de lignes droites
- peut avoir n'importe quel nombre de côtés (au moins 3)
- il y a les noms spéciaux pour quelques polygones (triangle – 3 côtés; carré, rectangle – 4 côtés, pentagone 5 côtés, etc.)



Les Triangles ou Polygones Semblables ont des angles correspondants égaux et les côtés correspondants proportionnels.

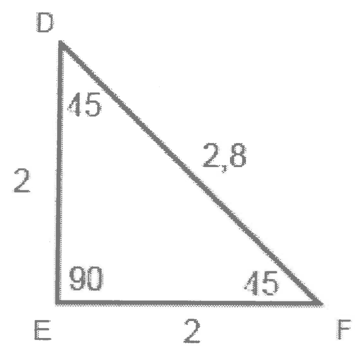
1. Triangles Semblables



$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} \quad \frac{AC}{DF}$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1{,}4}{2{,}8} = \frac{1}{2}$$

même facteur d'échelle de chaque paire de côtés correspondants



$\angle B = \angle E = 90°$

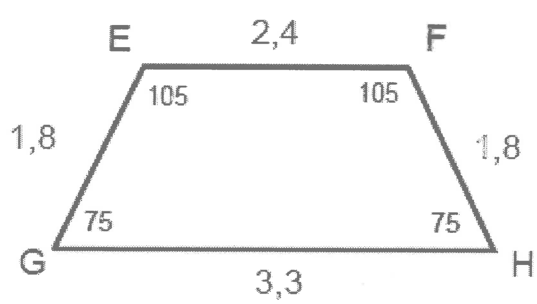
$\angle C = \angle F = 45°$

$\angle A = \angle D = 45°$

Ls correspondants =

2.

Polygones Semblables

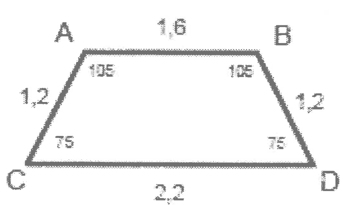


$\angle E = \angle A = 105°$

$\angle F = \angle B = 105°$

$\angle H = \angle D = 75°$

$\angle G = \angle C = 75°$



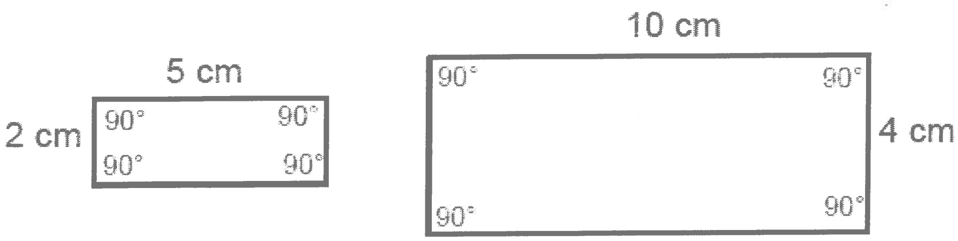
$$\frac{\overline{GE}}{\overline{AC}} \quad \frac{1{,}8}{1{,}2} = 1{,}5$$

$$\frac{EF}{AB} = \frac{FH}{BD} \quad \frac{GH}{CD}$$

$$= \frac{2{,}4}{1{,}6} \quad = \frac{1{,}8}{1{,}2} \quad = \frac{3{,}3}{2{,}2}$$

$$= 1{,}5 \quad = 1{,}5 \quad = 1{,}5$$

Voici 2 figures semblables ...

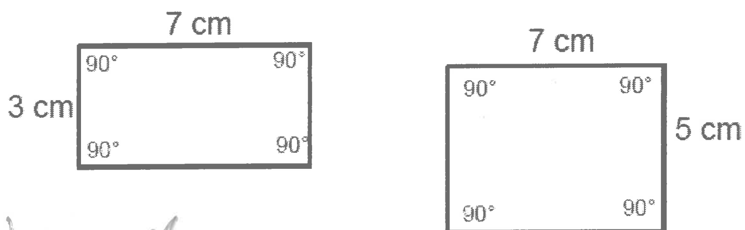


remarques

$\frac{2}{10} = \boxed{0,5}$ $\frac{5}{10} = \boxed{0,5}$ angles égaux

côtés proportionnels

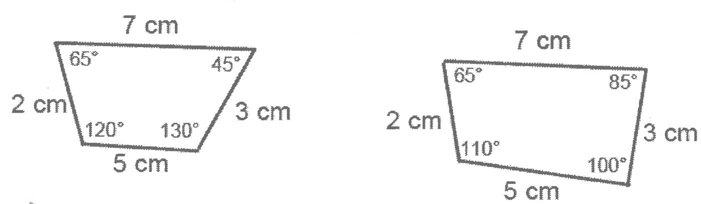
Voici 2 figures non semblables…..



angles égaux
mais
côtés pas proportionnels

Il faut avoir les 2 conditions pour figures qui ne sont pas de triangles

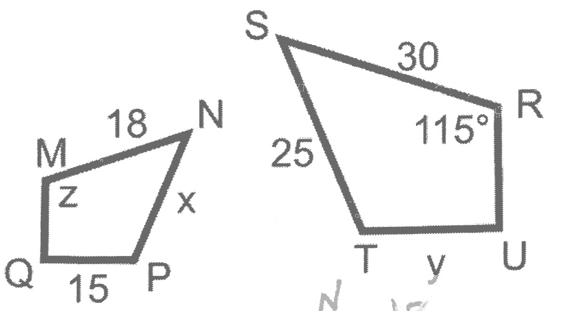
Voici 2 autres figures non semblables…..



côtés égaux

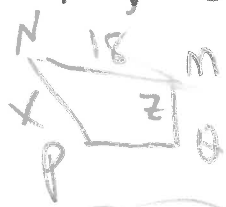
angles pas égaux

Exemple Ces polygones sont semblables. Trouve x, y, z. $(15, 25, 115°)$



$$\frac{MN}{SR} = \frac{MQ}{RU} = \frac{PQ}{TU} = \frac{NP}{ST}$$

$$\frac{18}{30} = \frac{MQ}{RU} = \frac{15}{y} = \frac{x}{25}$$



$$\frac{18}{30} = \frac{15}{y}$$

$$\frac{18y}{18} = \frac{450}{18}$$

$$y = 25$$

$$\frac{18}{30} = \frac{x}{25}$$

$$\frac{450}{30} = \frac{30x}{30}$$

$$15 = x$$

$\angle R = \angle M = z = 115°$

ou $\frac{18}{30} = \frac{3}{5} = 0{,}6$ $\quad \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$

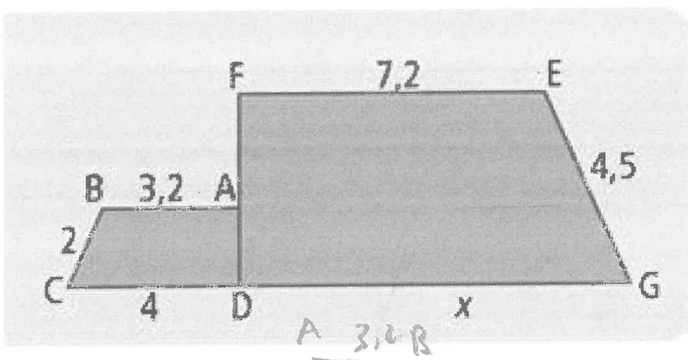
$x = (0{,}6)(25) = 15$ $\quad y = \left(\frac{5}{3}\right)(15)$

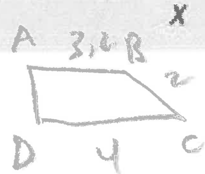
$y = 25$

MCQTS p. 156 *(Réponse x = 9)*

Ces 2 trapèzes sont semblables.

Détermine la mesure de $\overline{DG}$. ~~Décris ta démarche~~. Montre le travail





$$\frac{FE}{AB} = \frac{EG}{BC} = \frac{DG}{CD} = \frac{FD}{AD}$$

$$\frac{7{,}2}{3{,}2} = \frac{4{,}5}{2} = \frac{x}{4}$$

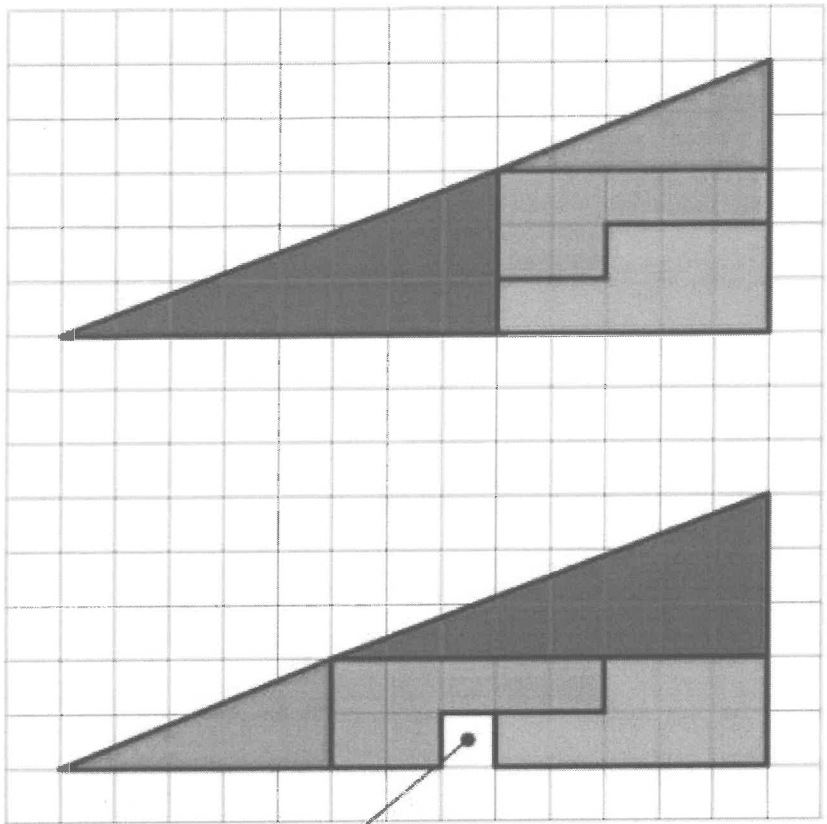
$$18 = 2x$$

$$9 = x$$

ou $\frac{7{,}2}{3{,}2} = 2{,}25$

$\frac{4{,}5}{2} = 2{,}25$

$x = (2{,}25)(4) = 9$



2 + 2 = poisson
3 + 3 = huit
7 + 7 = triangle

Seules les personnes intelligentes peuvent en découvrir la la signification...

Ne partagez qu'en cas de découverte

Pizza : spécialité culinaire ronde placée dans un emballage carré pour être dégustée en triangles. Normal.

G&W